

**LIGA MATEMATYCZNO-FIZYCZNA  
KLASA VIII ETAP I**

1. Oblicz sumę liczb a i b

$$a = \frac{\left(5\frac{1}{7} + \frac{1}{3}\right) \cdot \frac{7}{23}}{\left(4,5 - \frac{1}{3}\right) : 3\frac{1}{2}} \quad b = \frac{\left(0,45 - \frac{9}{40}\right) \cdot 111\frac{1}{9}}{12\frac{5}{8} : \left(2\frac{2}{5} + \frac{1}{8}\right)}$$

2. Oblicz liczbę, której 2,5% wynosi:

$$\left[\left(0,71 - \frac{1}{4}\right) : \left(0,71 + \frac{1}{4}\right)\right] \cdot \frac{\left(15 - 9\frac{1}{3}\right) : 2\frac{5}{9}}{\left(19\frac{2}{3} - 11\frac{7}{9}\right) \cdot \frac{9}{71}}$$

3. Oblicz wartość wyrażen:

$$\text{a) } 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1}}}$$

$$\text{b) } 1 + \frac{1 + \frac{2}{1 + \frac{2}{1 + \frac{2}{1 + 2}}}}{1 + \frac{2}{1 + 2}}$$

4. Oblicz

$$\frac{12\frac{4}{5} * 3\frac{3}{4} - 4\frac{4}{11} * 4\frac{1}{8}}{11\frac{2}{3} * 2\frac{4}{7}} =$$

5. Oblicz

$$\frac{2,25 + (-0,5)^3}{(-2)^2 + (-0,5)^3} - \frac{3,4 - ((-0,3)^2 * 10 - 2)}{\left(-\frac{3}{7}\right)^2 * (-10,3 + 3,3)} =$$

6. Oblicz

$$\frac{-2,31 + 17,4}{-4,3} + \frac{2,47 - 5,3}{1,7} =$$

7. Jaka jest 135-ta cyfra po przecinku w rozwinięciu dziesiętnym liczby

$$\frac{2}{7}?$$

8. Koń zjada kopkę siana w ciągu dwóch dób, krowa w ciągu trzech dób, owca w ciągu sześciu dób. W jakim czasie zjedzą tę kopkę wszystkie trzy zwierzęta razem?

9. Basen pływacki ma trzy rury odpływowe. Pierwsza opróżnia basen w ciągu 8 godzin, druga w czasie 5 godzin, a trzecia w czasie 2 godzin. W ciągu jakiego czasu opróżni się basen, gdy wszystkie rury będą czynne?

10. Pewną działkę Piotr przekopuje w ciągu 12 godzin, Andrzej w ciągu 10 godzin, a Michał w ciągu 8 godzin. W jakim czasie przekopią tę działkę pracując razem?

11. Oblicz:

a)  $(27^6 - 5 \cdot 81^2 \cdot 3^{12}) : (11 \cdot 3^{18})$

b)  $(27^{10} - 5 \cdot 81^4 \cdot 3^{12} + 4 \cdot 9^8 \cdot 3^8) : (41 \cdot 3^{24})$

12. Rozwiąż równanie

$$\frac{-x-3}{2} - \frac{x-2}{-3} = \frac{2x+5}{6}$$

13. Znajdź cyfrę jedności liczby:  $17^{23} + 2 \cdot 16^{100}$ .

14. Wyznacz ostatnią cyfrę liczby  $1999^{2001} + 2002^{1000}$ .

15. Uzasadnij, że suma  $2^{15} + 2^{16} + 2^{17} + 2^{18}$  jest podzielna przez 120.

16. Wyznacz x, jeżeli

$$x - \sqrt{\frac{1}{9}} \cdot \left(2,7 \cdot \frac{8}{3^3} - 0,4\right) : \left(-\frac{1}{3}\right)^3 = -2^3 : 10$$

17. Bank oferuje oprocentowanie lokat 2,6% w skali roku i roczną kapitalizację odsetek. Jeżeli wpłacisz do tego banku 1000 zł, to jaką kwotę uzyskasz po 3 latach?

18. Kombinezon narciarski w sezonie zimowym kosztuje 400 zł, ale po sezonie ulega przecenie o 40%. O ile procent powinna wzrosnąć cena kombinezonu jesienią, aby zimą kosztował znów 400 zł?

19. 19 uczniów sekcji sportowej wyjechało na obóz narciarski. Średnia wieku grupy wynosiła 15 lat. Ile lat ma trener, jeżeli średnia wieku grupy razem z trenerem wynosi 16 lat?

20. Zapisz w postaci jednej potęgi:

$$\frac{27^4 \cdot 9^4}{3^{-11}} + \frac{16^3 \cdot 3^{15}}{2^9} =$$

21. Rozłóż na czynniki pierwsze, oblicz NWW i NWD, sumę NWW i NWD, różnicę NWW i NWD liczb 490 i 350.
22. Z pola zebrano 50 kg ogórków, które zawierały 96% wody. Po kilku dniach zawartość wody zmalała do 95% masy ogórków. Ile ważą teraz ogórki?
23. Agnieszka na urodziny kupiła 2 kg cukierków czekoladowych po 18,3 zł za kilogram i 4 kg cukierków po 12,6 zł za kilogram. Ile kosztuje 1kg mieszanki?
24. Cenę koszuli podwyższono o 5% i 4 zł. Obecnie cena koszuli wynosi 68,8 zł. Jaka była cena koszul przed podwyżką?
25. Ile solanki sześcioprocentowej należy wlać do 12 kg solanki dwuprocentowej, aby otrzymać solankę trzyprocentową?
26. Udowodnij, że liczba  $\sqrt{\frac{3^{10} + 3^{11} + 3^{12} + 3^{13}}{10}}$  jest liczbą naturalną.
27. Zmieszano ze sobą dwa rodzaje kwasu – jeden o stężeniu 10%, a drugi 15%, otrzymując 25 kg kwasu o stężeniu 12,6%. Ile pierwszego, a ile drugiego kwasu zużyto do tego roztworu?
28. Kombinezon narciarski w sezonie zimowym kosztuje 400 zł, ale po sezonie ulega przecenie o 40 %. O ile procent powinna wzrosnąć cena kombinezonu jesienią, aby zimą kosztował znów 400zł?
29. Oblicz
- a)  $\frac{2^{19} \cdot 27^3 + 15 \cdot 4^9 \cdot 9^4}{6^9 \cdot 2^{10} + 12^{10}}$
- b)  $\left[ 2^{10} \cdot 8 + \frac{4^7}{16} \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^3 - 2^{14} \cdot \frac{3}{128} \right] : 2^7$
30. Suma pięciu kolejnych liczb naturalnych jest równa 100. Oblicz największą z tych liczb.
31. Marek do zbioru truskawek przygotował jednakowe pojemniki. Pierwszego dnia zebrał z pola 28 pojemników truskawek. Drugiego dnia pracował w tym samym tempie o 3 godziny krócej niż pierwszego dnia i zebrał 16 przygotowanych pojemników truskawek. Przez ile godzin Marek zbierał truskawki pierwszego dnia? Zapisz obliczenia.

32. Cena butów w sklepie internetowym była o 30% niższa od ceny takich butów w sklepie tradycyjnym. Buty te w sklepie internetowym były o 75 zł tańsze od takich samych butów w sklepie tradycyjnym. Ile kosztowały buty w sklepie tradycyjnym?

33. W koszu były tylko jabłka i gruszki. Jabłka stanowiły 25% wszystkich owoców w koszu. Asia zjadła dwa jabłka i teraz jabłka stanowią 20% wszystkich owoców w koszu. Oblicz, ile gruszek było w koszu.

34. Dany jest równoległobok o obwodzie 40 cm. Jeden bok tego równoległoboku ma 16 cm długości, natomiast drugi bok jest dwa razy krótszy od dłuższej wysokości. Oblicz długości dwóch różnych wysokości tego równoległoboku.

35. Z nieszczelnego kranu co 3 sekundy spada jedna kropla wody. Każda kropla ma objętość 200 mm<sup>3</sup>. Ile litrów wody wycieknie z tego kranu w ciągu doby? Zapisz obliczenia.

36. Dwa obszary leśne o łącznej powierzchni 120 ha zostały powiększone poprzez zalesienie przylegających do nich nieużytków rolnych. Po zalesieniu łączna powierzchnia tych obszarów jest równa 130 ha. Powierzchnia pierwszego obszaru leśnego wzrosła o 5%, a drugiego obszaru o 10%. Jaką powierzchnię miał każdy z tych obszarów przed zalesieniem nieużytków? Zapisz obliczenia.

37. Stary zegar spóźnia się 8 minut na dobę. Jest 22.00 i zegar ten wskazuje poprawną godzinę. Oblicz, o ile minut i w którą stronę (w przód czy tył) trzeba przesunąć minutową wskazówkę zegara, aby następnego ranka o godzinie 7.00 zegar ten wskazał poprawną godzinę.

38. Półtora małej pizzy kosztuje tyle, co pół dużej. Pan Jerzy zamówił 8 małych pizz oraz 4 duże — za całe zamówienie zapłacił 330 zł. O ile droższa jest duża pizza od małej?

39. Rodzice Jacka postanowili odnowić pokój o wymiarach: 4,5 m długości, szerokości i 2,8 m wysokości. Jedna puszka farby wystarcza na pomalowanie 10m<sup>2</sup>. Puszka farby białej kosztuje 24zł, a farby niebieskiej 28,5zł. Jaki będzie koszt pomalowania tego pokoju jeżeli sufit zostanie pomalowany na kolor niebieski, a ściany na kolor biały? Na otwory odlicz 4,4 m<sup>2</sup>.

40. Hodowca owiec ma 180m ruchomego ogrodzenia. Ogrodzenie może być ustawione w różny sposób. Oblicz, jakie będzie pole zagrody, jeśli ma

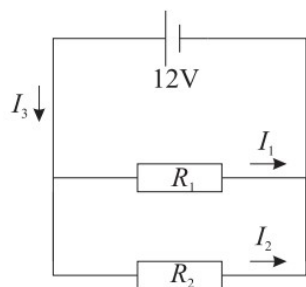
ona kształt:

a) kwadratu,

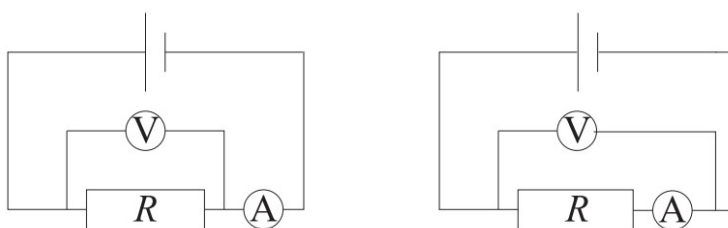
b) prostokąta, w którym szerokość stanowi  $\frac{4}{5}$  długości.

### Zadania z fizyki

1. Tramwaj jest zasilany prądem o napięciu  $600\text{V}$  i natężeniu  $150\text{A}$ . Jaka jest jego moc? Wynik podaj w kilowatach i koniach mechanicznych (1 koń mechaniczny jest równy  $735\text{W}$ ).
2. Do baterijki  $12\text{V}$  podłączono równolegle dwa oporniki  $R_1 = 100\Omega$ ,  $R_2 = 200\Omega$ . Znajdź natężenia prądów  $I_1$ ,  $I_2$ ,  $I_3$  płynące w obwodzie.



3. Jakie jest natężenie prądu płynącego przez grzałkę o oporze  $56\Omega$ , podłączonej do sieci domowej o napięciu  $230\text{V}$ ?
4. Jakie napięcie panuje pomiędzy końcami opornika o oporze  $4\Omega$ , jeżeli w ciągu  $15\text{min.}$  przepływa przez niego ładunek  $200\text{C}$ .
5. Opór opornika możemy zmierzyć mierząc natężenie prądu płynące przez niego  $I$  oraz mierząc na nim napięcie  $U$ , a następnie licząc opór zgodnie ze wzorem  $R = U/I$ . W tym celu musimy odpowiednio podłączyć amperomierz i woltomierz. Poniżej przedstawiono dwie propozycje podłączenia mierników:



Zastanów się, która z propozycji jest lepsza w sytuacjach gdy:

- a) Amperomierz i woltomierz są idealne. (Amperomierz ma zerowy opór, a woltomierz ma opór nieskończony i prąd przez niego nie płynie).
- b) Woltomierz jest idealny, ale amperomierz ma pewien opór elektryczny.
- c) Woltomierz ma pewien opór elektryczny, natomiast amperomierz ma opór praktycznie równy zero.

6. Masz do dyspozycji dwie żarówki, każda o oporze  $R = 50\Omega$ . Chcesz podłączyć je do baterii 9V tak by dawały jak najwięcej światła. Jak je podłączysz równolegle czy szeregowo? Oblicz moc wydzielającą się na żarówkach w obu przypadkach.
7. Wodę o masie 2,5 kg i ciepłe właściwym  $4200 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}}$  ogrzano przy pomocy palnika gazowego od  $10^\circ\text{C}$  do  $100^\circ\text{C}$  w ciągu 10min. Jaka była moc palnika jeżeli woda otrzymała całe wydzielone ciepło?
8. Gęstość powietrza jest równa około  $1,2 \text{ kg/m}^3$ , pokój ma wymiary  $300\text{cm} \times 350\text{cm} \times 250\text{cm}$ . Oblicz masę powietrza znajdującego się w pokoju.
9. Karton mleka ma wymiary  $20\text{cm} \times 8\text{cm} \times 12,5\text{cm}$ . Ile wynosi masa mleka, jeżeli gęstość mleka ma wartość  $1,03 \text{ g/cm}^3$ .
10. Piłka o masie 300 gram spadła na podłogę z wysokości 2 metrów i po odbiciu wzniosła się na wysokość 1,7 metra. Ile energii straciła piłka podczas odbicia?
11. Wyznacz masę kry lodowej w kształcie prostopadłościanu, której długość wynosi 2,5metrów, szerokość 1,2 metra i grubość 40 centymetrów. Przyjmij gęstość lodu  $900 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ .
12. Moc urządzenia wynosi 2,1kW. Jaką pracę wykona ono w czasie 12 minut?
13. Mała Zosia przymierza buty „szpilki” swojej mamy. Powierzchnia styku tych butów z podłożem wynosi  $40 \text{ cm}^2$ . Jaka masę ma Zosia, jeżeli wywiera na podłogę ciśnienie 40 kPa?
14. Jakie maksymalne ciśnienie na podłoże może wywierać pustak o masie 10 kg i o wymiarach 20 cm, 10 cm, 40 cm. Podaj wszystkie trzy możliwe ciśnienia jakie wywiera klocek.
15. Piłka spada z balkonu na wysokości 6 m i odbija się od chodnika na wysokość 4,5 m.
16. Ile procent energii kinetycznej straciła piłka przy odbiciu?
17. Chłopiec o masie 50 kg wywiera na podłoże ciśnienie 10 kPa. Oblicz powierzchnię na jakiej styka się z podłożem.
18. Jakie ciśnienie wywiera słup wody o wysokości 6 m, a jakie o wysokości 60 cm? Gęstość wody  $1000\text{kg/m}^3$
19. Mężczyzna o masie 100 kg wywiera na podłoże ciśnienie 20 kPa. Na jakiej powierzchni styka się on z podłożem?
20. Ile wynosi masa deski sosnowej o długości 4m, szerokości 20 cm i grubość 4 cm? Jaki jest jej ciężar? Gęstość drewna sosnowego  $500 \text{ kg/m}^3$ .